Om Identiteten af Lyssvingninger og elektriske Strømme *).

Ved Doc. **L. Lorenz.**

Det er som bekjendt lykkedes Videnskaben i vort Aarhundrede at paavise saa mange Forbindelser imellem de forskjellige Kræfter, imellem Elektricitet og Magnetisme, Varme, Lys, molekulære og kemiske Kræfter, at man med en vis Nødvendighed ledes til at betragte dem alle som Ytringer af en og samme Kraft, der optræder efter Omstændighederne under forskjellige Former. Medens dette ogsaa har været den ledende Tanke hos alle vor Tids største Forskere, er det dog meget langt fra, at man i Theorien har kunnet gjennemføre den, og har man end experimentalt kunnet paavise Forbindelsen imellem de forskjellige Kræfter, saa har man dog ikke kunnet forklare den uden paa ganske enkelte Punkter. Thi vel har Ampère theoretisk forklaret Slægtskabet imellem Elektricitet og Magnetisme, skjøndt der endnu i denne Theori mangler Beviset for Muligheden af de antagne molekulære, ved egen Kraft vedvarende, elektriske Strømme, og vel er man fra Mellonis Tid efterhaanden mere og mere ledet hen til Antagelsen af Lysets og Straalevarmens Identitet, men disse Theorier staae endnu ganske isolerede som enkelte Led af den store Kjæde, og man er saa langt fra ad Theoriens Vej at kunne gjennemføre Tanken om Kræfternes Enhed, at man endnu, næsten et halvt Aarhundrede efter Ørsteds store Opdagelse, almindelig betragter de to Elektriciteter som elektriske Fluider, Lyset som Svingninger i Ætheren og Varmen som Bevægelser af Legemernes Molekuler.

Disse fysiske Hypotheser lade sig imidlertid neppe forene med Tanken om Kræfternes Enhed, men medens denne sidste har havt væsentlig Betydning for Videnskaben, saa kan det samme

*) Meddelt den 25 Jan. 1866; s. S. 2.

ingenlunde siges om hine, som nærmest kun have vist sig praktisk nyttige derved, at de yde et Substrat for vor Forestillingsevne. Det turde derfor vel være rettest at indrømme, at vi paa Videnskabens nærværende Standpunkt endnu aldeles ingen Forestilling kunne gjøre os om Kræfternes fysiske Grund og deres Virksomhed i Legemernes Indre, og derfor idetmindste foreløbig maae vælge en anden Vej, fjern fra alle fysiske Hypotheser, for at kunne føre Theorien om mulig saaledes sikkert Skridt for Skridt fremad, at ikke nogen kommende Tids videre Fremskridt skulle kunne gjøre de vundne Resultater til Intet.

Denne Opfattelse ligger til Grund saavel for nærværende Undersøgelse som for mine tidligere Arbejder over Lysets Theori, og jeg er saa meget mere bleven bestyrket i at fastholde den, som det paa en mærkelig Maade viser sig, hvorledes de Resultater, jeg her skal tillade mig at forelægge Videnskabernes Selskab, slutte sig til de af mig tidligere i Lystheorien fundne og gaae Haand i Haand med dem. Idet jeg altsaa holder de fysiske Hypotheser ude fra Undersøgelsen, skal jeg søge at paavise et nyt Led i den Kjæde, som knytter de forskjellige Kraftytringer sammen, idet jeg skal bevise, at der, overensstemmende med de Love, vi af Forsøgene kunne udlede for Elektricitetens Forplantelse under Paavirkning af det omgivende Mediums frie Elektricitet og elektriske Strømme, er Mulighed for Existensen af saadanne periodiske, elektriske Strømme, som i alle Henseender forholde sig som Lyssvingninger, hvoraf da atter utvivlsomt følger, at *Lyssvingningerne selv ere elektriske Strømme.*

Vi vide om Lyset, at det fremkommer ved en Bølgebevægelse med meget hurtige periodiske Bevægelser, som vi kunne kalde Svingninger. Det ejendommelige ved disse Svingninger er, at de staae lodret paa den Retning, hvori Lysbølgen forplanter sig, og man tør vel sige, at netop denne Ejendommelighed ikke har fundet sin rette Forklaring ved Elasticitetstheorien eller ved den denne sideordnede *Cauchy'ske* Theori;

thi endog afseet fra, at denne Theori nødvendiggjør Antagelsen af et særskilt Lysmedium, Ætheren, som iøvrigt staaer fuldstændig isoleret og adskilt fra al anden Sandsning eller bevislig Forbindelse med andre Kræfter, saa bliver det dog selv med denne Forudsætning og med de forskjellige Cauchy'ske Hypotheser endnu neppe muligt, at konstruere et Medium, hvori en Bølgebevægelse skulde kunne forplante sig uden Spor af longitudinale Svingninger. Overbevist om, at denne Theori ikke kunde give en virkelig, men kun en indbildt Forklaring af netop det karakteristiske ved Lyset, de transversale Svingninger, havde jeg allerede tidlig Opmærksomheden henvendt paa den Omstændighed, at foranderlige elektriske Strømme i sluttede Ledere inducere Strømme, som gaae parallele med de oprindelige, og saaledes ligne Lyssvingninger, der ligeledes kunne siges at inducere parallele Svingninger. Da imidlertid de almindelig antagne og ved Forsøg stadfæstede Love for Induktionsstrømme ikke umiddelbart førte til det ventede Resultat, blev der tilbage at besvare det Spørgsmaal, om det ikke var muligt at modificere de antagne Love saaledes, at de saavel kom til at omfatte de Forsøg, hvorpaa de støtte sig, som ogsaa de Fænomener, der tilhøre Lyslæren.

Kirchhoff har (Pogg. Ann. Bd. 102) udtrykt Lovene for de elektriske Strømme i Legemer med konstant Ledningsevne ved følgende Formler:

$$\left.\begin{aligned} u &= -2k\left(\frac{d\Omega}{dx}+\frac{4}{c^2}\frac{dU}{dt}\right) \\ v &= -2k\left(\frac{d\Omega}{dx}+\frac{4}{c^2}\frac{dV}{dt}\right) \\ w &= -2k\left(\frac{d\Omega}{dz}+\frac{4}{c^2}\frac{dW}{dt}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

hvori u, v, w ere den elektriske Strømstyrkes Komposanter i Punktet x, y, z, k den konstante Ledningsevne, c en Konstant og

$$U = \iiint \frac{dx'\,dy'\,dz'}{r^3}(x - x')\,[u'(x - x') + v'(y - y') + w'(z - z')]$$

$$V = \iiint \frac{dx'\,dy'\,dz'}{r^3}(y - y')\,[u'(x - x') + v'(y - y') + w'(z - z')]$$

$$W = \iiint \frac{dx'\,dy'\,dz'}{r^3}(z - z')\,[u'(x - x') + v'(y - y') + w'(z - z')]$$

$$\Omega = \iiint \frac{dx'\,dy'\,dz'}{r}\varepsilon' + \int \frac{ds'}{r} e',$$

idet u', v', w' ere Strømstyrkens Komposanter i Punktet x' y' z', ε' Tætheden af den frie Elektricitet sammesteds, e' Tætheden i Overfladeelementet ds' og r Afstanden imellem Punkterne x, y, z og x', y', z'.

Disse Formler udtrykke, at Komposanterne af den elektromotoriske Kraft i x', y', z', som ifølge den Ohm'ske Lov ere $\frac{u}{k}$, $\frac{v}{k}$, $\frac{w}{k}$, ere en Sum af to elektromotoriske Kraftkomposanter: den ene hidrørende fra den fordelende Virkning af den frie Elektricitet i Legemet, den anden fra den inducerende Virkning, bestemt ved den Weber'ske Lov, af de variable Strømintensiteter i alle Elementer af Legemet.

Endvidere har Kirchhoff bestemt Relationen imellem Strømkomposanterne og den frie Elektricitet ved de to Ligninger

$$\left.\begin{aligned} \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} &= -\frac{1}{2}\frac{d\varepsilon}{dt} \\ u\cos\lambda + v\cos\mu + w\cos\nu &= -\frac{1}{2}\frac{de}{dt} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (2)$$

hvor λ, μ, ν ere de Vinkler, som den fra Legemets Overflade indad rettede Normal danner med Koordinataxerne.

Det er nu strax indlysende, at da Ligningerne (1) ere udledede paa en rent empirisk Maade, saa ere de ikke nødvendigvis det exakte Udtryk for den virkelige Lov, og det vil altid være tilladt at tilføje flere Led eller give Ligningerne en anden Form, saalænge kun disse Forandringer ingen mærkelig Indflydelse kunne faae paa de Resultater, der ere konstaterede ved Forsøg. Vi ville derfor begynde med at betragte de to Led paa højre Side af Ligningerne (1) som de første Led af en Rækkeudvikling.

Lad Ligningen

$$\overline{\Omega} = \iiint \frac{dx'\,dy'\,dz'}{r}\,\varepsilon'\left(t - \frac{r}{a}\right) + \int \frac{ds'}{r}\,e'\left(t - \frac{r}{a}\right)$$

definere en ny Funktion $\overline{\Omega}$, idet Betegnelserne $\varepsilon'\left(t - \frac{r}{a}\right)$ og $e'\left(t - \frac{r}{a}\right)$, hvori a er en Konstant, skulle udtrykke, at disse ere de samme Funktioner af $t - \frac{r}{a}$, som ε' og e' af t i det tidligere benyttede Udtryk Ω. Ved Rækkeudvikling vil man have

$$\varepsilon'\left(t - \frac{r}{a}\right) = \varepsilon' - \frac{d\varepsilon'}{dt}\cdot\frac{r}{a} + \frac{d^2\varepsilon'}{dt^2}\cdot\frac{r^2}{a^2}\cdot\frac{1}{1\,.\,2} - \ldots$$

$$e'\left(t - \frac{r}{a}\right) = e' - \frac{de'}{dt}\cdot\frac{r}{a} + \frac{d^2 e'}{dt^2}\cdot\frac{r^2}{a^2}\cdot\frac{1}{1\,.\,2} - \ldots$$

hvilke Rækker indsættes i Ligningen ovenfor, som dernæst differentieres med Hensyn til x. Man vil saaledes erholde

$$\frac{d\overline{\Omega}}{dx} = \frac{d\Omega}{dx} + \frac{1}{2a^2}\frac{d^2}{dt^2}\left[\iiint \frac{dx'\,dy'\,dz'}{r}(x - x')\,\varepsilon' + \int \frac{ds'}{r}(x - x')\,e'\right] - \ldots$$

og indføres dernæst heri de i Ligningerne (2) angivne Udtryk for $\frac{d\varepsilon'}{dt}$ og $\frac{de'}{dt}$, vil Ligningen ved delvis Integration transformeres til

$$\frac{d\overline{\Omega}}{dx} = \frac{d\Omega}{dx} - \frac{1}{a^2}\frac{d}{dt}\iiint \frac{dx'\,dy'\,dz'}{r}\,u' + \frac{1}{a^2}\frac{dU}{dt} - \ldots \quad (3)$$

hvori U er indført med samme Betydning som ovenfor. Man vil følgelig ogsaa kunne sætte

$$\frac{d\overline{\Omega}}{dx} + \frac{1}{a^2}\frac{d}{dt}\iiint \frac{dx'\,dy'\,dz'}{r}\,u'\left(t - \frac{r}{a}\right) = \frac{d\Omega}{dx} + \frac{1}{a^2}\frac{dU}{dt} - \ldots \quad (4)$$

idet $u'\left(t - \frac{r}{a}\right)$ betegner, at u' her er Funktion af $t - \frac{r}{a}$, istedenfor af t alene.

Højre Side af den sidste Ligning er en Række, hvoraf kun de to første Led ere beholdte, og hvis følgende Led gaae frem efter stigende Potenser af $\frac{r}{a}$. Antages $a = \frac{c}{2}$, ville de beholdte Led blive de samme, som Udtrykket indenfor Parenthesen i den første Ligning (1), men c er, ifølge Webers Bestemmelse, 59320 Mil, medens den største Værdi for r i Forsøgene ikke har oversteget nogle faa Fod, saa at altsaa $\frac{r}{a}$ er en aldeles forsvindende lille Størrelse. De efterfølgende Led i ovenstaaende Række ville derfor blive aldeles umærkelige i alle Forsøg, hvori Strømkomposanternes Differentialkoefficienter af anden og højere Orden med Hensyn til Tiden ikke blive særdeles store Størrelser.

Ligningerne for Strømkomposanterne ville altsaa vedblive at være ligesaa gyldige ligeoverfor de Forsøg, hvorpaa de støtte sig, som Ligningerne (1), naar de, ifølge (4) og de to andre hermed analoge Ligninger, gives Formen

$$\left.\begin{aligned} u &= -\,2k\left(\frac{d\Omega}{dx} + \frac{4}{c^2}\frac{d\alpha}{dt}\right) \\ v &= -\,2k\left(\frac{d\Omega}{dy} + \frac{4}{c^2}\frac{d\beta}{dt}\right) \\ w &= -\,2k\left(\frac{d\Omega}{dz} + \frac{4}{c^2}\frac{d\gamma}{dt}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(A)}$$

idet

$$\alpha = \iiint \frac{dx'\,dy'\,dz'}{r}\; u'\left(t - \frac{r}{a}\right),$$

$$\beta = \iiint \frac{dx'\,dy'\,dz'}{r}\; v'\left(t - \frac{r}{a}\right),$$

$$\gamma = \iiint \frac{dx'\,dy'\,dz'}{r}\; w'\left(t - \frac{r}{a}\right).$$

Disse Formler adskille sig fra Ligningerne (1) derved, at de istedenfor U, V, W indeholde de noget mindre sammensatte Led α, β, γ, og tillige udtrykke de, at hele den Virksomhed, som udgaaer fra den frie Elektricitet og de elektriske Strømme overalt i Legemet, tager Tid for at forplante sig, en Antagelse, som ikke er fremmed i Videnskaben og allerede i og for sig turde have en vis Sandsynlighed for sig. Virkningen i Punktet x, y, z i Momentet t afhænger nemlig ifølge de fundne Formler ikke af den samtidige elektriske Tilstand i Punkterne x', y', z', men af Tilstanden som den var i Momentet $t - \frac{r}{a}$, det vil sige, saa lang Tid forud, som der behøves for at tilbagelægge Afstanden r med konstant Hastighed a.

Den i Ligningerne (A) indgaaende Konstant a skulde ifølge det foregaaende være lig $\frac{c}{2}$, men det vil ved nærmere Undersøgelse vise sig, at andre Værdier ogsaa ere mulige. Den første Ligning (A) kan nemlig, ifølge (3), ogsaa skrives

$$u = -2k\left(\frac{d\Omega}{dr} + \left(\frac{4}{c^2} - \frac{1}{a^2}\right)\frac{d\alpha}{dt} + \frac{1}{a^2}\frac{dU}{dt} - \ldots\right),$$

som fører os tilbage til den første Ligning (1) for $a = \frac{c}{2}$, medens den, naar a antages lig ∞, netop vilde erholde den Form, som vilde resultere af Neumanns elektrodynamiske Theori. Da imidlertid denne ogsaa er overensstemmende med Erfaringen, saa er det klart, at Ligningerne (A) ville vedblive at stemme overens med Forsøgene for en hvilkensomhelst Værdi af a, naar kun denne er en Størrelse af samme Orden som c, forat det nemlig kan være tilladt at betragte de efterfølgende Led i Rækkeudviklingen som forsvindende ligeoverfor de elektrodynamiske Forsøg. Antages for Exempel $a = \frac{c}{\sqrt{2}}$, vil Ligningen ovenfor være et Middelresultat af Webers og Neumanns Theorier.

Det bliver nu nødvendig ad andre Veje, end ved at gaae ud fra elektrodynamiske Forsøg, at erholde en Bestemmelse af denne ubestemte Konstant og tillige at søge en Stadfæstelse eller Korrektion af de fundne Resultater. Man kunde da forsøge, om det ikke, navnlig ved Benyttelse af det i Formlerne givne Vink om, at de elektriske Virkninger tage Tid for at forplante sig, var muligt at finde en sandsynlig Hypothese om den dynamiske Elektricitets Virkemaade, hvorved man kunde naae hen til lignende Resultater som de fundne. Jeg har imidlertid fundet, at dette kan skee paa flere Maader, men herved taber denne Methode fuldstændig i Værdi, da dens Betydning alene vilde beroe paa, at man kunde finde en Hypothese, som i og for sig var sandsynlig fremfor alle andre. Efter omhyggelig at have undersøgt dette Punkt, har jeg derfor fuldstændig opgivet her som andre Steder at erholde noget Udbytte af fysiske Hypotheser, og der bliver da kun tilbage at udvikle Konsekvenserne af de fundne Resultater og see, om der ikke i disse vil ligge en Vejledning til Spørgsmaalets Besvarelse.

For en hvilkensomhelst Funktion φ vil man, naar Punktet x, y, z ligger indenfor Integralets Grændser, have

$$\left(\triangle_2 - \frac{1}{a^2}\frac{d^2}{dt^2}\right)\iiint\frac{dx'\,dy'\,dz'}{r}\,\varphi\left(t-\frac{r}{a},x',y',z'\right) = -4\pi\varphi(t,x,y,z)\quad\ldots\quad(5),$$

naar ved $\triangle_2$ betegnes $\frac{d^2}{dx^2}+\frac{d^2}{dy^2}+\frac{d^2}{dz^2}$. Beviset for denne Sætning findes i min Afhandling i Crelles Journal 58 Bind, men den indsees iøvrigt uden Vanskelighed. Ved Hjælp heraf transformeres Ligningerne (A) til Differentialligningerne

$$\triangle_2 u - \frac{1}{a^2}\frac{d^2u}{dt^2} = 8\pi k\left(\frac{d\varepsilon}{dx}+\frac{4}{c^2}\frac{du}{dt}\right)$$

$$\triangle_2 v - \frac{1}{a^2}\frac{d^2v}{dt^2} = 8\pi k\left(\frac{d\varepsilon}{dy}+\frac{4}{c^2}\frac{dv}{dt}\right)$$

$$\triangle_2 w - \frac{1}{a^2}\frac{d^2w}{dt^2} = 8\pi k\left(\frac{d\varepsilon}{dz}+\frac{4}{c^2}\frac{dw}{dt}\right),$$

hvortil, ifølge (2), slutter sig Ligningen

$$\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}+\frac{dw}{dz} = -\frac{1}{2}\frac{d\varepsilon}{dt}.$$

Disse Ligninger tilfredsstilles til Exempel ved

$$u = e^{-hz} \cos p\,(\omega t - z), \quad v = 0, \quad w = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; (6)$$

hvor h, p og ω ere Konstanter, imellem hvilke man faaer de to Relationer

$$h^2 a^2 = p^2\,(a^2 - \omega^2) \text{ og } hc^2 = 16\pi k\omega \; . \; . \; . \; . \; . \; (7)$$

Af denne ikkun foreløbige Behandling af Ligningerne (A) indsees nu, at periodiske elektriske Strømme ere mulige, at saadanne forplante sig som en Bølgebevægelse med Hastigheden ω og udføre, ligesom Lyset, Svingninger lodret paa den Retning, hvori Bølgen forplanter sig. Antage vi paa Grund heraf, at Lyssvingningerne selv ere elektriske Strømme, saa er ω Udtrykket for Lysets Hastighed, medens a er den Hastighed, hvormed de elektriske Virkninger forplante sig gjennem Rummet. Det sees endvidere af de sidste Ligninger, at naar Legemets elektriske Ledningsevne k er meget lille, saa nærme de to Hastigheder ω og a sig til at blive ligestore.

Den Hastighed, hvormed de elektrodynamiske Virkninger i Webers Forsøg har forplantet sig gjennem Luften fra den ene Leder til den anden, er altsaa ifølge disse Resultater netop den samme, som Lysets Hastighed i Luften. Nu har Weber fundet $c = 59320$ Mil, og altsaa er

$$\frac{c}{\sqrt{2}} = 41950 \text{ Mil},$$

en Størrelse, som i en mærkelig Grad stemmer overens med de forskjellige Bestemmelser af Lysets Hastighed, idet disse baade ligge over og under hin Værdi, saaledes at man endog kan betragte denne som en ny Bestemmelse, der i Nøjagtighed ikke synes at staae tilbage for nogen af de andre.

Vi have altsaa Grund til at antage

$$a = \frac{c}{\sqrt{2}},$$

og indsættes nu denne Værdi $a\sqrt{2}$ for c i Ligningerne (A), saa bliver Rigtigheden af denne Antagelse paa en mærkelig Maade stadfæstet derved, at det netop er denne Værdi for c, som giver Ligningerne (A) den simpleste Form og som fører til de selvsamme Differentialligninger, jeg tidligere (Pogg. Ann. Bd. 118 og 121) har udledet for Lyssvingningerne, alene med Tilføjelse af et enkelt Led. Man har nemlig, ifølge Ligningerne (2),

$$\frac{d\,\varepsilon'\left(t-\frac{r}{a}\right)}{dt} = -2\left(\frac{\delta u'\left(t-\frac{r}{a}\right)}{\delta x'} + \frac{\delta v'\left(t-\frac{r}{a}\right)}{\delta y'} + \frac{\delta w'\left(t-\frac{r}{a}\right)}{\delta z'}\right),$$

hvor Differentiationerne med Hensyn til x', y', z' maae udføres saaledes partielt, at r betragtes som konstant, og

$$\frac{d\,e'\left(t-\frac{r}{a}\right)}{dt} = -2\left(u'\left(t-\frac{r}{a}\right)\cos\lambda + v'\left(t-\frac{r}{a}\right)\cos\mu + w'\left(t-\frac{r}{a}\right)\cos\nu\right).$$

Indsættes disse Udtryk i

$$\frac{d\Omega}{dt} = \iiint\frac{dx'\,dy'\,dz'}{r}\cdot\frac{d\,\varepsilon'\left(t-\frac{r}{a}\right)}{dt} + \int\frac{ds'}{r}\frac{d\,e'\left(t-\frac{r}{a}\right)}{dt},$$

vil man ved delvis Integration og med Benyttelse af den tidligere indførte Betegnelse α, β, γ, erholde

$$\frac{d\Omega}{dt} = -2\left(\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d\beta}{dy} + \frac{d\gamma}{dz}\right).$$

Tillige er, ifølge (5),

$$\frac{1}{a^2}\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \triangle^2\alpha + 4\pi u,$$

saa at Ligningerne (A), efter at være differentierede med Hensyn til t, og efterat Værdien $a\sqrt{2}$ er indsat istedenfor c, kunne gives Formen

$$\left.\begin{aligned}
-\frac{1}{4k}\frac{du}{dt} - 4\pi u &= \frac{d}{dy}\left(\frac{d\alpha}{dy} - \frac{d\beta}{dx}\right) - \frac{d}{dz}\left(\frac{d\gamma}{dx} - \frac{d\alpha}{dz}\right)\\
-\frac{1}{4k}\frac{dv}{dt} - 4\pi v &= \frac{d}{dz}\left(\frac{d\beta}{dz} - \frac{d\gamma}{dy}\right) - \frac{d}{dx}\left(\frac{d\alpha}{dy} - \frac{d\beta}{dx}\right)\\
-\frac{1}{4k}\frac{dw}{dt} - 4\pi w &= \frac{d}{dx}\left(\frac{d\gamma}{dx} - \frac{d\alpha}{dz}\right) - \frac{d}{dy}\left(\frac{d\beta}{dz} - \frac{d\gamma}{dy}\right)
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Desuden erholdes umiddelbart af Ligningerne (A)

$$\left.\begin{aligned}\frac{dv}{dz}-\frac{dw}{dy}&=-\frac{4k}{a^2}\frac{d}{dt}\left(\frac{d\beta}{dz}-\frac{d\gamma}{dy}\right)\\ \frac{dw}{dx}-\frac{du}{dz}&=-\frac{4k}{a^2}\frac{d}{dt}\left(\frac{d\gamma}{dx}-\frac{d\alpha}{dz}\right)\\ \frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}&=-\frac{4k}{a^2}\frac{d}{dt}\left(\frac{d\alpha}{dy}-\frac{d\beta}{dx}\right)\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

ved hvilke Ligninger man kan eliminere α, β og γ af de ovenforstaaende (8), efterat disse ere differentierede med Hensyn til t. Paa denne Maade erholdes

$$\left.\begin{aligned}\frac{d}{dy}\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right)-\frac{d}{dz}\left(\frac{dw}{dx}-\frac{du}{dz}\right)&=\frac{1}{a^2}\frac{d^2u}{dt^2}+\frac{16\pi k}{a^2}\frac{du}{dt}\\ \frac{d}{dz}\left(\frac{dv}{dz}-\frac{dw}{dy}\right)-\frac{d}{dx}\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right)&=\frac{1}{a^2}\frac{d^2v}{dt^2}+\frac{16\pi k}{a^2}\frac{dv}{dt}\\ \frac{d}{dx}\left(\frac{du}{dx}-\frac{du}{dz}\right)-\frac{d}{dy}\left(\frac{dv}{dz}-\frac{dw}{dy}\right)&=\frac{1}{a^2}\frac{d^2w}{dt^2}+\frac{16\pi k}{a^2}\frac{dw}{dt}\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (B)$$

Disse Differentialligninger for de elektriske Strømkomposanter stemme nu ganske overens med de af mig tidligere fundne for Lyskomposanterne (se Pogg. Ann. Bd. 121), paa det sidste Led nær, hvori k, den elektriske Ledningsevne, indgaaer. Dette Led medfører, hvilket kan sees af Integralet (6), som ogsaa her bliver gjældende, en Absorbtion, bestemt ved Koefficienten h, som ifølge (7) voxer med den elektriske Ledningsevne k.

Er denne m e g e t s t o r i Sammenligning med pa eller $\frac{2\pi}{\lambda}a$, naar Bølgelængden betegnes med λ, saa er, ifølge (7),

$$h = p = \frac{2\pi}{\lambda},$$

hvoraf man til Exempel kan slutte, at Svingningsudslaget i en Lysstraale, som er gaaet igjennem et Lag af en god Elektricitetsleder paa en halv Bølgelængdes Tykkelse, er formindsket e^{π} Gange, og Intensiteten, regnet proportionalt med Udslagets Kvadrat, $e^{2\pi}$ eller 535 Gange. Dette vil være Tilfældet for alle

Metaller, idet Kobberets Ledningsevne er, naar Millimeter og Sekund tages til Enhed for Længde og Tid, ifølge Weber $\frac{1}{274100}$ efter magnetisk Maal, og følgelig efter mekanisk Maal $\frac{1}{274100} \cdot \frac{c^2}{8}$ eller 283433 . a, en Størrelse, som er stor i Sammenligning med $\frac{2\pi}{\lambda} a$.

Det er imidlertid en Selvfølge, at dette Resultat ikkun kan betragtes som tilnærmelsesvis rigtigt, navnlig paa Grund af, at der er forudsat en fuldkommen konstant Ledningsevne, en Homogeneitet altsaa, som i Virkeligheden ikke findes. Derimod er Hovedresultatet, at alle gode Elektricitetsledere i høj Grad absorbere Lysstraalerne, som bekjendt i en mærkelig Overensstemmelse med Erfaringen.

Er den elektriske Ledningsevne k meget lille, saa give Ligningerne (7)

$$h = \frac{8\pi k}{a}$$

Nu er for Kobber ovenfor fundet

$$\frac{k}{a} = 283433,$$

men som bekjendt er alle gjennemsigtige Legemers Ledningsevne Millioner Gange mindre, og navnlig naar vi undtage de flydende Legemer, hvori den kemiske Virksomhed og Delenes Bevægelighed faaer en saa stor Indflydelse, at Bestemmelsen af den egentlige Ledningsevne her i Virkeligheden bliver umulig, saa finde vi, at for alle andre gjennemsigtige Legemer Ledningsevnen er saa mange Millioner Gange mindre end Metallernes, at Absorbtionskoefficienten h vil forsvinde tilligemed det sidste Led i Ligningerne (B), hvorved altsaa disse blive fuldkommen identiske med Ligningerne for Lyset. Ligesom vi altsaa af Metallernes gode Ledningsevne kunne slutte os til deres Uigjennemsigtighed, saaledes kunne vi omvendt af den svageste

Gjennemsigtighed hos et Legeme slutte os til, at Legemet er en i Forhold til Metallerne yderst slet Leder for den elektriske Strøm, et Resultat, som ogsaa Erfaringen fuldstændig har stadfæstet.

De periodiske Svingninger, som resultere af Ligningerne (B), ere transversale, og der vil ikke, om ogsaa det Led, hvori k indgaaer, beholdes, være longitudinale Svingninger mulige. Sættes for Kortheds Skyld

$$\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = \theta,$$

vil man ved Differentiation af de tre Ligninger henholdsvis med Hensyn til x, y og z, og Addition erholde

$$\frac{d\theta}{dt} + 16\pi k\theta = 0.$$

Heraf sees, at θ ikke saaledes som Komposanterne u, v og w kan være periodisk Funktion af Tiden, hvorfor ogsaa longitudinale Svingninger ere umulige. Da endvidere denne Ligning viser, at θ, naar Tiden voxer, nærmer sig 0, og er uafhængig af Komposanterne i alle omgivende Punkter, saa maa man i Almindelighed antage $\theta = 0$. Heraf følger atter, da man har

$$\theta = -\frac{1}{2}\frac{d\varepsilon}{dt},$$

at der i det indre af et Legeme med konstant Ledningsevne ikke er nogen Udvikling af fri Elektricitet mulig. Dette Resultat er afvigende fra Kirchhoffs, som af de oprindelige Ligninger (1) har udledet, at den frie Elektricitet i et Legemes Indre i Almindelighed ikke er Nul, men det maa i ethvert Tilfælde fremgaae af hele den foregaaende Udvikling, at man ikke med nogen Sikkerhed kan drage denne Slutning.

Efter at det saaledes er bevist, at man ved at gaae ud fra Ligningerne (A), som indeholde de med Erfaringen overensstemmende Love for elektriske Strømme, kan udlede Differentialligningerne (B), som vise, at de elektriske Strømme i alle Henseender kunne forholde sig som Lysets Svingninger, kan

Spørgsmaalet blive, om man ogsaa omvendt af de bekjendte Love for Lyset kan udlede Lovene for de elektriske Strømme. Jeg skal nu vise, at dette er muligt, idet man atter af Ligningerne (B) kan udlede Ligningerne (A), naar man tilføjer de Betingelser, som maae være opfyldte ved Legemets Grændser, og som man nødvendigvis maa kjende, for af Differentialligningerne at udlede Ligninger, som paa en vis Maade ere deres Integraler. Det vil tillige vise sig, at disse Grændsebetingelser netop ere de samme, som dem, jeg tidligere har fundet for Lyskomposanterne (se Pogg. Ann. Bd. 118, S. 126), saa at vi altsaa til denne Regning ikke behøve at medtage andre Forudsætninger end netop dem, Lyslæren selv giver os.

For et Element af Legemets Overflade, som staaer lodret paa x'nes Axe, har jeg paa det anførte Sted fundet, at Størrelserne

$$v,\ w,\ \frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx},\ \frac{dw}{dx}-\frac{du}{dz}$$

ere paa Elementets indre og ydre Flade ligestore, og heraf vil da atter Grændsebetingelserne for alle andre Elementer af Overfladen kunne findes, da Valget af Axernes Stilling er vilkaarligt. Disse Betingelser ere udledede af selve de fundne Differentialligninger for Lyskomposanterne, hvilket her er muligt, fordi de ere almindelig gjældende for alle heterogene Medier, og de vedblive at være de samme ogsaa efterat der til Ligningerne, saaledes som det nu viser sig nødvendigt, er tilføjet de Led fra Ligningerne (B), som indeholde Faktoren k.

For et Legeme med konstant Ledningsevne, som tænkes omgivet af absolut Ikkeledere, ligemeget om saadanne i Virkeligheden existere eller ikke, blive da de nævnte Størrelser Nul ved Legemets Grændser, idet enhver elektrisk Strøm er umulig i hele den isolerende Flade, som begrændser Legemet.

Vi indføre nu i Ligningerne (B) istedenfor u, v, w, x, y, z de markerede Betegnelser u', v', w', x', y', z', og dernæst tænke vi os istedenfor t indsat $t-\frac{r}{a}$, hvor r er Afstanden fra det betragtede Punkt x', y', z', til et fast Punkt x, y, z i Legemet. Ligningerne ville da vedblive at gjælde, naar vi kun betragte de paa venstre Side angivne Differentiationer som partielle saaledes, at de ikke udføres med Hensyn til r, hvori de Variable ogsaa indgaae. Dernæst multipliceres begge Sider med $\frac{dx'\,dy'\,dz'}{r}$ og Ligningerne integreres over hele Legemets Rumfang. Ved delvis Integration bliver da til Exempel den første Lignings første Led, med de tidligere Betegnelser,

$$\iiint \frac{dx'\,dy'\,dz'}{r} \frac{\delta^2 u'\left(t-\frac{r}{a}\right)}{\delta y'^{\,2}} = -\int \frac{ds'}{r} \frac{\delta u'\left(t-\frac{r}{a}\right)}{\delta y'} \cos\mu + \frac{d}{dy}\iiint \frac{dx'dy'dz'}{r} \cdot \frac{\delta u'\left(t-\frac{r}{a}\right)}{\delta y'},$$

hvor atter det sidste Led ved delvis Integration bliver

$$-\frac{d}{dy}\int \frac{ds'}{r} u'\left(t-\frac{r}{a}\right)\cos\mu + \frac{d^2\alpha}{dy^2}.$$

Behandles nu alle Led af den betragtede Lignings venstre Side paa samme Maade, saa vil man finde, at hvis alle Integralerne med Hensyn til Legemets Overflade skulde forsvinde, maatte man have

$$\left(\frac{du'}{dy'} - \frac{dv'}{dx'}\right)\cos\mu - \left(\frac{dw'}{dx'} - \frac{du'}{dz'}\right)\cos\nu = 0,$$

$$u'\cos\mu - v'\cos\lambda = 0, \quad u'\cos\nu - w'\cos\lambda = 0,$$

hvor vi atter tænke os t indført istedenfor $t - \frac{r}{a}$, hvilket er tilladt, da Ligningerne ere gjældende for alle Værdier af t og Differentiationerne ikke skulde udføres med Hensyn til r.

For et Element lodret paa x'nes Axe, altsaa for

$$\cos\mu = 0, \ \cos\nu = 0$$

give disse Ligninger

$$v' = 0 \text{ og } w' = 0,$$

og de tilsvarende Ligninger, som erholdes af de to andre Ligninger (B) og som kunne udledes af Ligningerne ovenfor ved Ombytning af Bogstaverne, give

$$\frac{du'}{dy'} - \frac{dv'}{dx'} = 0 \text{ og } \frac{dw'}{dx'} - \frac{du'}{dz'} = 0.$$

Man maa altsaa, naar Integralerne med Hensyn til Legemets Overflade skulle forsvinde, have for et Element lodret paa x'nes Axe netop de samme Betingelser, som af Lystheorien er udledet for dette Element, og da Valget af Axernes Stilling er vilkaarligt, maa det samme gjælde for alle Elementer af Legemets Overflade.

Idet altsaa Integralerne med Hensyn til Overfladen forsvinde ved Antagelsen af disse Grændsebetingelser, vil den første Ligning (B) ved den angivne Regning blive

$$\frac{d}{dy}\left(\frac{d\alpha}{dy} - \frac{d\beta}{dx}\right) - \frac{d}{dz}\left(\frac{d\gamma}{dx} - \frac{d\alpha}{dz}\right) = \frac{1}{a^2}\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{16\pi k}{a^2} \cdot \frac{d\alpha}{dt}.$$

Sættes heri, i Overensstemmelse med den tidligere benyttede Betegnelse,

$$\frac{d\alpha}{dx} + \frac{d\beta}{dy} + \frac{d\gamma}{dz} = -\frac{1}{2}\frac{d\overline{\Omega}}{dt},$$

og sættes endvidere paa højre Side, ifølge den almindelig gjældende Sætning (5),

$$\frac{1}{a^2}\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \triangle^2\alpha + 4\pi u,$$

saa erholder Ligningen Formen

$$\frac{1}{2}\frac{d^2\overline{\Omega}}{dx\,dt} = 4\pi u + \frac{16\pi k}{a^2} \cdot \frac{d\alpha}{dt}.$$

I Analogi hermed give de to andre Ligninger (B)

$$\frac{1}{2}\frac{d^2\overline{\Omega}}{dy\,dt} = 4\pi v + \frac{16\pi k}{a^2}\frac{d\beta}{dt},$$

$$\frac{1}{2}\frac{d^2\overline{\Omega}}{dz\,dt} = 4\pi w + \frac{16\pi k}{a^2}\frac{d\gamma}{dt},$$

hvorpaa man af disse sidste ved Elimination af $\overline{\Omega}$ erholder

$$\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy} = -\frac{4k}{a^2}\frac{d}{dt}\left(\frac{d\beta}{dz} - \frac{d\gamma}{dy}\right),$$

som er identisk med den første af Ligningerne (9), ligesom ogsaa de to andre dannes paa tilsvarende Maade.

Elimineres nu ved Hjælp af disse Ligninger $\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy}$, $\frac{dw}{dx} - \frac{du}{dz}$, $\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx}$ af Ligningerne (B), vil den første af disse, efter at være integreret med Hensyn til t, give

$$\frac{d}{dy}\left(\frac{d\alpha}{dy} - \frac{d\beta}{dx}\right) - \frac{d}{dz}\left(\frac{d\gamma}{dx} - \frac{d\alpha}{dz}\right) = -\frac{1}{4k}\frac{du}{dt} - 4\pi u,$$

som er identisk med den første af Ligningerne (8), og sættes heri, istedenfor det sidste Led, ifølge (5),

$$-4\pi u = \triangle^2 \alpha - \frac{1}{a^2}\frac{d^2\alpha}{dt^2},$$

samt indføres Betegnelsen $\overline{\Omega}$, vil man, efter atter at have integreret med Hensyn til t, erholde

$$u = -2k\left(\frac{d\overline{\Omega}}{dx} + \frac{2}{a^2}\frac{d\alpha}{dt}\right).$$

Da vi have $a = \frac{c}{\sqrt{2}}$, ere vi altsaa komne tilbage til den første Ligning (A) og de to andre udledes heraf ved Analogi. De Konstanter, som skulde være tilføjede ved de to Integrationer med Hensyn til t, ere her udeladte, da det let sees, at saadanne arbitrære Konstanter ikke her ville have nogen Betydning.

Dette Resultat afgiver et nyt Bevis for Identiteten af Lyssvingninger og elektriske Strømme, da vi nu see, at det ikke alene er Lovene for Lyset som kunne udledes af Lovene for de elektriske Strømme, men at man ogsaa kan gaae den omvendte Vej, naar man netop tilføjer de samme Grændsebetingelser, som Lystheorien fordrer. Man bliver saaledes i Stand til ved Regning alene at udlede saavel den fordelende Virkning af fri Elektricitet, denne sidste defineret ved de Kirchhoff'ske Ligninger (2), som den inducerende Virkning af variable elektriske Strømme, idet begge Dele ere indeholdte i Ligningerne (A), ved blot at gaae ud fra de Kjendsgjerninger, hentede fra Lyslæren, som ere nødvendige for at udlede Lovene for Lyset, og dernæst til de fundne partielle Differentialligninger imellem de saakaldte

Lyskomposanter at tilføje et enkelt Led, som er af en saadan Beskaffenhed, at det forsvinder for fuldkommen gjennemsigtige Legemer, men for de gode Elektricitetsledere udtrykker en Absorbtion af Lysbevægelsen.

Uden her at ville gaae nærmere ind paa Konsekvenserne af de her vundne Resultater, som aabenbart føre os et Skridt videre til Gjennemførelsen af Tanken om Kræfternes Enhed og aabne en ny Mark for videre Undersøgelser, skal jeg sluttelig ikkun henvende Opmærksomheden paa, hvilke Slutninger vi nu med nogen Sandsynlighed kunne gjøre med Hensyn til Elektricitetens Virkemaade, og hvorledes vi blive stillede ligeoverfor de fysiske Hypotheser om Lyset.

Vilde man forsøge paa at fremstille Lovene for elektriske Strømme, saaledes at de bleve mere almindelig gjældende ikke alene for homogene Legemer med konstant Ledningsevne, men ogsaa for hvilkesomhelst heterogene Legemer, saa synes det, at dette nærmest maatte skee ved at gaae ud fra Differentialligningerne (B) og heri betragte a og k som variable Størrelser. Dette vilde nemlig være i Overensstemmelse med de i Lystheorien fundne almindelige Ligninger for heterogene Medier, og desuden vilde da de Grændsebetingelser, som maae være opfyldte for homogene Legemer, være indeholdte i og kunne udledes af selve Differentialligningerne. Men fra dette Udgangspunkt vilde man for heterogene Legemer ikke kunne naae hen til en til Ligningerne (A) svarende simpel Form, og man maatte da betragte denne som et specielt Tilfælde, alene gjældende for homogene Legemer, medens Differentialligningerne bleve de oprindelige og almindelig gjældende, som alene maatte blive Gjenstanden for den fysiske Fortolkning. Heraf vilde da følge den i theoretisk Henseende vigtige Slutning, som ogsaa allerede er antydet derved, at de elektriske Kræfter tage Tid for at forplante sig, at det kun er tilsyneladende, at disse Kræfter virke paa Afstand, saaledes som det vilde fremgaae af Ligningerne (A), hvis man betragtede disse som de fundamentale, og at enhver

Virkning af Elektricitet og elektriske Strømme i Virkeligheden, hvad der ligger i Differentialligningerne (B), kun afhænger af den elektriske Tilstand i de nærmest omgivende Elementer. Dette er som bekjendt en Antagelse, som allerede er antydet af Ampère og forfægtet af flere, navnlig af Faraday.

Lyset antages nu almindelig at fremkomme ved hurtige, frem- og tilbagegaaende Bevægelser af Ætherdelene. Hvis det forholdt sig saaledes, maatte den elektriske Strøm altsaa være en fremadskridende Bevægelse af Ætheren selv i Retning af den (positive eller negative) elektriske Strøm. Men at de samme Ligninger, som Theorien udleder for de meget smaa Forskydelser fra Ligevægtsstillingen, ogsaa skulde kunne være gjældende for hvilkesomhelst Forskydelser, er en Umulighed, og det fremgaaer netop af hele denne Udvikling, at det er de samme Ligninger som gjælde for begge Tilfælde. Derfor kan Lyset ikke være Svingninger af den hidtil antagne Art, og denne sidste Konsekvens af Æthertheorien gjør den uholdbar.

Derimod er der en anden Opfattelse af Lyssvingningernes Natur, som jeg allerede tidligere har fremsat (se Pogg. Ann. Bd. 118, S. 113), og som nu faaer en større Sandsynlighed for sig. Tænke vi os nemlig Lyset som roterende Svingninger i Legemernes Indre om Axer, hvis Retning er den samme, vi efter Elasticitetstheorien betragte som Svingningsretningen, saa bliver den elektriske Strøm ikke nogen translatorisk Bevægelse, men kun en fortsat Rotation i een Retning og Rotationsaxens Retning er da Strømmens Retning. Denne Rotation bliver kun vedvarende i de gode Elektricitetsledere, og Bevægelsen forplanter sig da her videre i Axens Retning, medens den i de slette Ledere bliver periodisk og forplanter sig, ved hvad vi i Elektricitetslæren kalde Induktion, i en Retning lodret paa Rotationsaxen. Der bliver ved denne Opfattelse neppe nogen Grund til at bibeholde Hypothesen om en Æther, da man meget godt kan antage, at der i hele det saakaldte tomme

Rum er saa meget materielt Stof tilstede, at det kan afgive tilstrækkeligt Substrat for Bevægelsen.

Det er muligt, at den her fremsatte Hypothese om Lysets og de elektriske Strømmes Natur, efterhaanden som Videnskaben skrider frem, kan antage en anden Skikkelse, men Resultatet af nærværende Undersøgelse, som er, at Lysets Svingninger ere elektriske Strømme, hviler ikke paa og er derfor heller ikke afhængig af nogensomhelst fysisk Hypothese.